

СПІВВІДНОШЕННЯ ФУНКЦІЇ КОРИСНОСТІ ОКРЕМИХ БЛАГ ТА ЇХ НАБОРІВ

Теорія корисності – ключова складова, необхідна для розуміння поведінки споживача, що в свою чергу є надзвичайно важливим для прогнозування змін в економічній системі. Протягом останніх десятиріч теорія корисності перетворилася в одну з провідних галузей економічної теорії. Свідченням зростання інтересу до теорії корисності, є нагородження в 2002 році Д. Канемана Нобелівською премією за дослідження поведінки індивіда в умовах невизначеності. В даній статті пропонується новий погляд на співвідношення корисності окремого блага та набору благ і пропонується синергетичний підхід до дослідження неадитивних наборів благ. Визначається та обґрунтовується можливість існування неопуклої функції корисності для окремих видів наборів благ та розглянуто властивості оптимуму споживача за умов неадитивної функції корисності набору благ. Подано розширений закон Джевонса. Отримані результати можуть бути використані для подальшого дослідження теорії очікуваної корисності.

Ключові слова: корисність, функція корисності, набір благ, синергетичний ефект, теорема Куна-Такера, умови Куна-Такера.

Теория полезности – ключевая составляющая, которая необходима для понимания поведения потребителя, что в свою очередь необычайно важно для прогнозирования изменений в экономической системе. На протяжении последних десятилетий теория полезности превратилась в одну из ведущих отраслей экономической теории. Свидетельством роста интереса к теории полезности является награждение в 2002 году Д. Канемана Нобелевской премией за исследование поведения индивидуумов в условиях неопределенности. В данной статье предлагается новый взгляд на соотношение полезности отдельного блага и набора благ, также предлагается синергетический подход к исследованию неаддитивных наборов благ. Определяется и обосновывается возможность существования невыпуклой функции полезности для некоторых видов наборов благ. Также рассмотрены свойства оптимума потребителя при условии неаддитивной функции полезности набора благ, подан расширенный закон Джевонса. Полученные результаты могут быть использованы для дальнейшего исследования теории ожидаемой полезности.

Ключевые слова: полезность, функция полезности, набор благ, синергетический эффект, теорема Куна-Такера, условия Куна-Такера.

The utility theory is a key component which is necessary for understanding behavior of the consumer. It's very important for forecasting of changes in economic system. Throughout last decades the utility theory has turned to one of leading branches of the economic theory. Acknowledgement growth of interest to the utility theory is rewarding in 2002 of D. Kahneman the Nobel Prize for research behavior of individuals in an uncertainty condition. In this article the new sight at a parity utility of separate good and a set of goods and synergetic approach to research of nonadditive sets of goods is offered. Possibility of existence of nonconvex utility function for some sets of goods is defined and proved. Properties of consumer's optimum under condition of nonconvex utility function set of goods are considered. Expanded law of Jevons, in consideration of interaction of goods in a set is submitted. The received results can be used for the further research of expected utility theory.

Key words: utility, utility function, set of goods, synergetic effect, Kuhn-Tucker theorem, Kuhn-Tucker conditions.

Однією з найважливіших складових економічної теорії є теорія корисності. Основним елементом якої є поняття корисності блага. Питання дослідження теорії корисності – вирішальне для розуміння мотивації та дій індивіда. Тому необхідно мати чітке й повне уявлення про те як формуються оцінка корисності благ індивідом і яким чином вона впливає на прийняття рішень.

Термін «корисність» позначає можливість задоволення певних потреб індивіда. Так, А. Маршалл визначав корисність як поняття співвідносно бажанню чи потребі [8, с. 139]. Аналогічної точки зору дотримувався і Л. Вальрас: виділяючи при цьому декілька видів корисності, він тим не менш вважав, що дійсна корисність – це сума всіх потреб задоволених індивідом [3, с. 63].

Сам термін «корисність» був введений в обіг англійським філософом І. Бентамом. Подальшою розробкою окремих аспектів теорії корисності займалися Ж.-Б. Сей, Л. Вальрас, А. Маршал, Дж. фон Нейман, О. Моргенштерн, Ж. Дебре, К. Ерроу, М. Алле, А. Тверські, Д. Канеман, П. Фішбурн. Окремий напрямок в дослідженні теорії корисності, а саме граничної корисності складає австрійська школа: К. Менгер, Е. Бем-Баверк, Ф. фон Візер. Серед вітчизняних дослідників, слід відзначити роботи М. Туган-Барановського щодо синтезу теорії граничної корисності з трудовою теорією вартості та Є. Слуцького, який подав поглиблене обґрунтування теорії поведінки споживачів та довів можливість математичної формалізації функції корисності на основі перших та других похідних [12, с. 215].

Слід зазначити, що «корисність» не лише економічна категорія. Зокрема, зв'язок теорії корисності та психології, розглядав Пітер Фішбурн [1, с. 341], крім того окремі психологи внесли значний вклад в розвиток розуміння механізму оцінки індивідуальної корисності, зокрема нобелівський лауреат 2002 року з економіки психолог Деніел Канеман.

Дослідників теорії корисності, умовно, можна поділити на дві групи (течії): ординалісти та кардиналісти. Основною відмінністю між ординалістським та кардиналістським підходом до корисності є відповідь на питання щодо можливості вимірювання корисності. Кардиналісти припускають, що індивід (споживач) може виміряти (принаймні підсвідомо) корисність кожного блага в певних абстрактних одиницях – ютилях. І тому споживач максимізує кількість ютилів в наборі благ. Ординалісти, навпаки, вважають, що індивід не може виміряти корисність окремого блага (так, як наприклад, виміряти температуру чи довжину тощо), натомість він може лише порівнювати корисності наборів благ, визначаючи при цьому який з наборів є бажанішим для нього або визнавши індивідуальність цих наборів. Хоча припускається можливість виміряти величину корисності з точністю до позитивного афінного перетворення (корисність фон Неймана-Моргенштерна). Ординалістський підхід нині є домінуючим у сучасній теорії корисності.

Постановка проблеми. Незважаючи на велику увагу, що приділяється вивченню питання оцінки корисності, окремі її елементи висвітлені не досить чітко. Зокрема, в рамках аксіоматичного підходу (аксіоматика Севіджа, фон Неймана – Моргенштерна) економісти, спираючись на ряд аксіом, виводять ті чи інші положення теорії, деякою мірою ототожнюючи властивості функції корисності блага і набору благ. Недостатня увага приділяється вивченню питання взаємодії благ в наборі, дослідженню корисності набору благ у взаємозв'язку з корисністю окремого блага що входить в цей набір. Тому постає необхідність більш детального розгляду співвідношення корисності набору благ з корисністю окремого блага і визначення можливості існування адитивної чи неадитивної функції корисності набору благ.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Серед тенденцій розвитку теорії корисності варто виділити її застосування, останнім часом, в дослідженні досить широкого кола економічних проблем. Зокрема на положення теорії корисності опираються Д.Б. Соколовський [10], І. Форкун та О. Фрадинський [11] при аналізі проблем оподаткування, зокрема ухилення від сплати податків; О.І. Момот та С.І. Кушура [9] застосовують елементи теорії корисності в побудові механізму прийняття управлінських рішень щодо інновацій.

Зараз більшість економістів притримується наступних аксіоматичних положень щодо корисності окремого блага:

- 1) Незалежність – індивід обирає той чи інший набір благ керуючись лише корисністю набору (на уподобання споживача не впливає його соціальна група, родина і т. д.) [5, с. 13].
- 2) Повнота – індивід має абсолютно повне уявлення про всі можливі комбінації благ та має точні уявлення про їх корисність [4, с. 52].
- 3) Транзитивність – якщо індивід надає перевагу А над В, а В над С, то він надасть перевагу А над С [4, с. 52].
- 4) Монотонність і опуклість функції корисності блага [5, с. 13].

Крім того корисність від споживання блага в нульовому обсязі дорівнює нулю, в усіх інших випадках корисність – невід'ємна величина. Корисність набору благ вважається рівною сумі корисності окремих благ (адитивна корисність [1, с. 347]), тобто

$$U = \sum_{i=1}^n U(x_i),$$

де U – загальна корисність набору благ, $U(x_i)$ – корисність i -го блага. Хоча окремі дослідники [10, с. 157] і піддають сумніву адитивність функції корисності, вказуючи на недостатньо адекватний опис поведінки економічних суб'єктів за допомогою таких функцій корисності.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Незважаючи на те, що адитивність функції корисності піддається обґрунтованим сумнівам, значною мірою поза увагою дослідників залишається

питання визначення умов існування та властивостей неадитивної функції корисності набору благ, зокрема щодо опуклості функції корисності набору благ.

Формулювання цілей статті. Метою статті є визначення умов існування та властивостей функції корисності набору благ з визначенням умов за яких ця функція набуває максимальних значень при врахуванні певних обмежень (задача оптимуму споживача). Для цього необхідно вирішити ряд завдань: по-перше – чітко визначити і відокремити поняття «окреме (елементарне) благо» і «набір благ» та розглянути можливість взаємодії між благами набору в процесі їх споживання, по-друге – визначити межі існування неадитивної функції корисності набору благ та її характеристики, по-третє – з’ясувати умови максимізації цієї функції при обмеженому бюджеті споживача.

Виклад основного матеріалу. Визначимо поняття «набір благ» та «елементарне благо». Де елементарне благо – окреме, ідентифіковане споживачем благо, яке може бути спожите незалежно від інших благ. Набором благ або набором називатимемо сукупність елементарних благ в їх взаємодії. Загальну корисність від набору благ можна подати як функцію корисності

від кожного окремого блага. На перший погляд очевидно є лінійність (адитивність) функції загальної корисності набору. Але при більш детальному аналізі очевидність лінійності функції корисності набору є сумнівною. Припустимо, набір складається з двох благ – хліба і сала. Цілком правдоподібним є припущення, що індивід отримає більшу корисність від споживання бутербродів з салом ніж від споживання тієї ж кількості хліба і сала окремо. Таким чином ми можемо сформулювати гіпотезу: принаймні в окремих випадках корисність набору благ може не дорівнювати сумарній корисності всіх благ набору. Відповідно, в залежності від типу взаємодії між благами в наборі, можна визначити набори наступних типів: елементарний, неповний та повний набори.

Елементарним набором благ називатимемо такий набір, в якому відсутня будь-яка взаємодія між благами в процесі їхнього споживання (вони споживаються окремо і незалежно одне від одного).

Під повним набором будемо розуміти сукупність елементарних благ, що споживаються у взаємодії. При чому корисність набору благ не дорівнює сумі корисностей благ набору (внаслідок дії синергетичного ефекту при одночасному споживанні). Приклад повного набору подано на рис. 1.

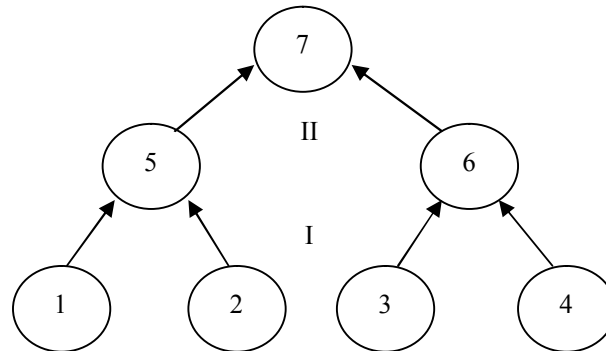


Рис. 1. Повний набір другого порядку

Порядком повного набору (піднабору) називатимемо рівень ієрархії зв'язку в наборі (піднаборі). Для повного набору на рис. 1 кола з нумерацією 1, 2, 3, 4 – елементарні блага, 5, 6 – повні піднабори першого порядку, 7 – повний набір другого порядку (римськими цифрами позначений рівень ієрархії порядку), де піднабір (кола 5, 6) – це відносно автономний набір, що входить до складу більшого набору.

Неповним набором благ називатимемо набір, який можна розділити на елементарний та повний піднабір.

Таким чином, корисність повного набору благ можна визначити як сумарну корисність кожного блага з урахування синергетичного ефекту від їх спільного споживання. Для повного набору z, що складається з двох благ (x, y) матимемо:

$$U_z = U_x + U_y + \rho(x, y) \quad (1)$$

де U_z – корисність повного набору z, U_x – корисність блага x, U_y – корисність блага y, $\rho(x, y)$ – синергетичний ефект від спільного використання благ x та y.

Для повного набору порядку m, що складається з n благ враховуючи визначення повного набору, методом математичної індукції маємо:

$$U_z = \sum_{i=1}^n U(x_i) + \sum_{r=1}^k \rho_r(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2)$$

де $\sum_{r=1}^k \rho_r(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – сума всіх функцій синергетичних ефектів набору, k – максимально можливе число функцій синергетичних ефектів в наборі

$$k = \frac{a_0}{2} + \frac{a_1}{2} + \dots + \frac{a_{m-2}}{2} - \left\{ \frac{a_0}{2} \right\} - \left\{ \frac{a_1}{2} \right\} - \dots - \left\{ \frac{a_{m-2}}{2} \right\} + 1,$$

a_0 – кількість елементарних благ, $\left\{ \frac{a_0}{2} \right\}$ – дробова

частина від половини елементарних благ ($a_1 = \frac{a_0}{2} - \left\{ \frac{a_0}{2} \right\}$ максимально можлива кількість піднаборів першого порядку, $a_2 = \frac{a_1}{2} - \left\{ \frac{a_1}{2} \right\}$ другого порядку і т. д.), a_1 – кількість піднаборів першого порядку, a_2 – другого, ..., a_{m-2} – кількість піднаборів $m-2$ порядку, $a_0 > a_1 > \dots > a_{m-2}$. Не висуваючи додаткових умов, щодо функції

$$\sum_{r=1}^k \rho_r(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

зазначимо, що в певних випадках

$$\sum_{r=1}^k \rho_r(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

може бути опуклою функцією. Як приклад відмітимо, що при поступовому збільшенні обсягу споживання благ повного набору, наприклад, сала і хліба (рівність (1)), корисність набору буде збільшуватися поступово, аналогічно корисності окремого блага.

Цілоком імовірним є твердження щодо наявності від’ємних значень функції синергетичного ефекту (наприклад, у випадку споживання блага, яке може бути отримане з певною імовірністю – теорія очікуваної корисності). Розглянемо ситуацію, коли $\rho_r(x_1, x_2, \dots, x_i)$, $r = 1, 2, \dots, k$ – опуклі функції, при чому $\rho_l(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $l = 1, 2, \dots, q$ та $\rho_j(x_1, x_2, \dots, x_n) < 0$, $j = q + 1, q + 2, \dots, t$ в такому випадку формулу (2) можна переписати у вигляді:

$$U_z = \sum_{i=1}^n U(x_i) + \sum_{l=1}^q \rho_l(x_1, x_2, \dots, x_n) + \sum_{j=q+1}^t \rho_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3)$$

При чому зрозуміло, що $q + t \leq k$. Згідно леми про суму опуклих функцій [6, с. 33],

$$K = \sum_{i=1}^n U(x_i) + \sum_{l=1}^q \rho_l(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

– опукла функція, оскільки $U(x_i) \geq 0$,

$$\sum_{l=1}^q \rho_l(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0,$$

крім того $L = - \sum_{j=q+1}^t \rho_j(x_1, x_2, \dots, x_n)$ теж опукла функція, $L > 0$. Таким чином, функцію корисності набору благ можна подати як:

$$U_z = K - L \quad (4)$$

Згідно з [2, с. 160] функція (4) може бути неопуклою. Відповідно до цього можна стверджувати, що принаймні в окремих випадках функція корисності набору благ може бути неопуклою. Таким чином порушується одне із основних припущень щодо неокласичного аналізу поведінки споживача. Продовжимо аналіз без врахування опуклості функції корисності набору благ.

Згідно з припущенням про раціональність індивіда, він намагатиметься максимізувати загальну корисність від отриманих благ, використовуючи

свої обмежені ресурси (бюджетне обмеження споживача). Поставлена задача отримала назву неокласичної задачі споживача. Для її розв’язку застосовують методи нелінійного програмування, зокрема теорему Куна-Такера.

Теорема Куна-Такера [6, с. 44]. Розглянемо задачу нелінійного програмування (НЛП) знаходження:

$$\max f(x) \text{ при } g_i(x) \geq 0, i = 1, 2, \dots, m$$

де всі функції диференційовані. Нехай x^* – оптимальна точка (розв’язок) і припустимо має місце умова регулярності. Тоді справедливі наступні твердження:

- 1) x^* – допустима точка. Існують множники $\lambda_i \geq 0$, $i = 1, 2, \dots, m$ такі, що:
- 2) $\lambda_i g_i(x^*) = 0, i = 1, 2, \dots, m$ та
- 3) $\nabla f(x^*) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \nabla g_i(x^*) = 0$

Умови 1-3 називають умовами Куна-Такера. Вони ж є необхідними умовами точки оптимуму. Точки, які задовольняють умовам 1-3 називають точками Куна-Такера. За певних додаткових умов (опуклості функції та виконання умов регулярності) умови Куна-Такера є достатніми умовами існування оптимуму в точці.

За умови невід’ємності змінних ($x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, m$) та запису функції обмежень у вигляді

$$b_i - g_i(x), i = 1, 2, \dots, m \quad (5)$$

умови Куна-Такера набувають вигляду нерівностей [7, с. 100]:

- 1) $\nabla f(x^*) - \sum_{i=1}^m \lambda_i \nabla g_i(x^*) \leq 0$,
- 2) $(\nabla f(x^*) - \sum_{i=1}^m \lambda_i \nabla g_i(x^*)) x^* = 0$,
- 3) $x^* \geq 0$,
- 4) $b_i - g_i(x) \geq 0$,
- 5) $\lambda_i (b_i - g_i(x)) = 0$,
- 6) $\lambda_i \geq 0$.

Для неокласичної задачі аналізу поведінки споживача оптимум (точка максимізації корисності) знаходилась на лінії бюджетних обмежень, оскільки функція корисності вважалась опуклою. Для випадку неопуклої функції корисності загальне рішення задачі представити не можна, оскільки відсутні загальні математичні методи розв’язку задач неопуклого програмування. Але ми можемо визначити необхідні умови існування екстремуму.

Бюджетне обмеження споживача можна записати як невід’ємну функцію:

$$I - \sum_{i=1}^n p_i x_i \geq 0 \quad (6)$$

де в функції (6) I – дохід споживача, p_i – ціна, а x_i – обсяг споживання i – того блага, n – кількість спожитих благ. Оскільки бюджетне обмеження (6) відповідає формі (5) та додатково враховуючи невід’ємність обсягу споживання кожного блага ($x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n$), згідно теореми Куна-Такера для набору з n благ можемо записати:

$$\begin{cases} U'_{x_1} + g'_{x_1}(x_1, x_2, \dots, x_n) - \lambda p_{x_1} \leq 0 \\ U'_{x_2} + g'_{x_2}(x_1, x_2, \dots, x_n) - \lambda p_{x_2} \leq 0 \\ \dots \\ U'_{x_n} + g'_{x_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) - \lambda p_{x_n} \leq 0 \end{cases} \quad (7)$$

Зазначимо, що нерівності з системи (7) виконуються як строгі нерівності для i – того випадку за умови $x_i = 0$, в усіх інших випадках (7) виконується як рівність. Припускаючи, що за умови нульового споживання індивідом певних благ, їх можна виключити з набору споживача, маємо:

$$\begin{cases} U'_{x_1} + g'_{x_1}(x_1, x_2, \dots, x_n) - \lambda p_{x_1} = 0 \\ U'_{x_2} + g'_{x_2}(x_1, x_2, \dots, x_n) - \lambda p_{x_2} = 0 \\ \dots \\ U'_{x_n} + g'_{x_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) - \lambda p_{x_n} = 0 \\ I - \sum_{i=1}^n p_i x_i \geq 0 \end{cases} \quad (8)$$

Виключаючи з системи (8) λ , можна записати наступну тотожність:

$$\frac{U'_{x_1} + g'_{x_1}(x_1, x_2, \dots, x_n)}{p_{x_1}} = \frac{U'_{x_2} + g'_{x_2}(x_1, x_2, \dots, x_n)}{p_{x_2}} = \dots = \frac{U'_{x_n} + g'_{x_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)}{p_{x_n}} \quad (9)$$

Або представляючи (9) в більш звичному вигляді (закон Джевонса):

$$\frac{U'_{x_1} + g'_{x_1}(x_1, x_2, \dots, x_n)}{U'_{x_2} + g'_{x_2}(x_1, x_2, \dots, x_n)} = \frac{p_{x_1}}{p_{x_2}} \quad (10)$$

В загальному випадку для набору що складається з n благ маємо:

$$\frac{U'_{x_i} + g'_{x_i}(x_1, x_2, \dots, x_n)}{U'_{x_j} + g'_{x_j}(x_1, x_2, \dots, x_n)} = \frac{p_{x_i}}{p_{x_j}}; i, j = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

Таким чином тотожність (11) встановлює співвідношення між граничною корисністю благ (з урахуванням першої похідної від функції синергетичного ефекту), та співвідношенням цін благ з цього набору. Головна відмінність рівності (11) та закону Джевонса в класичному вигляді (12)

$$\frac{U'_{x_1}}{U'_{x_2}} = \frac{p_{x_1}}{p_{x_2}} \quad (12)$$

є відсутність похідної від функції синергетичного ефекту, тобто закон Джевонса в класичному вигляді встановлює співвідношення між граничною корисністю та цінами благ між якими відсутня взаємодія в процесі їх споживання, за нашою класифікацією такі блага входять в елементарні набори благ. Натомість для неелементарних наборів оптимум споживача додатково знаходиться в залежності від функції синергетичного ефекту.

Висновки. Таким чином встановлено, що уявлення про функцію корисності набору благ як сумарну корисність всіх благ набору, можуть мати місце, можливо, навіть в більшості випадків. В такому разі зберігається можливість існування опуклої монотонної функції корисності набору благ. Ці класичні випадки із загальною властивістю – відсутністю взаємодії між благами в процесі їх споживання – ми об'єднали в елементарні набори благ. У випадку наявності взаємодії між благами твердження про адитивність функції корисності набору благ не виконується. Також, в загальному випадку не виконується положення щодо опуклості функції корисності неелементарних наборів.

Внаслідок можливої неопуклості функції корисності набору порушується фундаментальне припущення неокласичного аналізу поведінки споживача. В результаті для загального випадку можливе визначення лише необхідних умов оптимальності.

Зростає роль теореми Куна-Такера в дослідженні проблем оптимізації набору споживача. У випадку наявності більше ніж однієї точки Куна-Такера є можливість для існування немонотонної функції корисності набору благ. В такому випадку максимізація корисності набору благ не завжди означатиме збільшення обсягу споживання.

Отримані результати можуть бути використані в подальшому дослідженні теорії очікуваної корисності для дослідження поведінки індивіда в умовах невизначеності.

ЛІТЕРАТУРА

1. Peter C. Fishburn Utility Theory // Management Science. – January 1968. – Vol. 14. – № 5. – P. 335-378.
2. Strekalovsky A.S., Orlov A.V. New approach to nonconvex optimization // Numerical Methods and Programming, 2007. – № 8. – P. 160-175.
3. Вальрас Л. Элементы чистой политической экономии. – М.: Изограф, 2000. – 448 с.
4. Дж. фон Нейман, Моргенштерн Оскар. Теория игр и экономическое поведение. – М., Наука, 1970.
5. Лезурн Ж. Основные элементы теории полезности // Thesis. – 1993. – № 3. – С. 10-15.
6. Зангвилл У. Нелинейное программирование. Единый подход. 1969 г. / Пер. с англ., под ред. Е.Г. Гольштейна. – М.: «Сов. радио», 1973. – 312 с.
7. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. – М.: «Прогресс», 1975. – 606 с.
8. Маршалл А. Основы экономической науки / А. Маршалл; [предисл. Дж.М. Кейнса; пер. с англ. В.И. Бомкина, В.Т. Рысина, Р.И. Столпера]. – М.: Эксмо, 2008. – 832 с.
9. Момот О.І., Кашура С.І. Обґрунтування використання теорії корисності при прийнятті управлінських рішень щодо інноваційної діяльності підприємства // Наукові праці ДонНТУ. Серія: економічна. – Вип. 35. – С. 132-136.

10. Соколовський Д.Б. Квазістатичні функції корисності як інструмент оцінки поведінки економічних агентів у системі сплати податків // Фінансова система України. Збірник наукових праць. – Острого: Видавництво Національного університету «Острозька академія», 2009. – Вип. 11. – С. 152-159.
11. Форкун І., Фрадинський О. Економіко-математичне моделювання девіантної поведінки суб'єктів господарювання (на прикладі сплати податку на прибуток) // Наука молода. – 2006. – № 5. – С. 88-92.
12. Черняк О.Є. Слуцький Є. – фундатор української школи економіко-математичного моделювання // Формування ринкової економіки в Україні. – 2008. – Вип. 18. – С. 214-222.

Рецензенти: Бажал Ю.М., д.е.н., професор;
Верланов Ю.Ю., к.е.н., професор.

© Єнальєв М., 2010

Дата надходження статті до редколегії 02.12.2009 р.